Национальный исследовательский университет «МИЭТ»

Отчет о проделанной лабораторной работе №6

По предмету: Численные методы

На тему: Решение систем линейных уравнений

Выполнила Марина Алина

Группа ПИН-24

09.05.2021

Задание №1

Задайте матрицу A и вектор-столбец f системы линейных уравнений AX = f, используя генератор случайных чисел. Очевидно, можно получить решение таким образом:  (предварительно проверив, что матрица A не вырожденная) или по правилу Крамера (, где Ai — матрица, получающаяся из матрицы A заменой i-го столбца на столбец правой части f). Реализуйте и проверьте работоспособность этих методов. Несмотря на простоту использования в Matlab, эти варианты чрезвычайно неэкономичны по числу операций.

clear

clc

disp('Решение матричного уравнения X = A ^-1\*f')

A=fix(rand(5,5)\*15)

f=fix(rand(5,1)\*15)

det(A)

disp('Т.к. определитель матрицы А не равен нулю => матрица не вырожденная')

disp('Находим обратную матрицу:')

a=inv(A)

disp('Решаем матричное уравнение:')

X=a\*f

disp('Решение по правилу Крамера')

A1=A;

A1(:,1)=f

x1=det(A1)/det(A)

A2=A;

A2(:,2)=f

x2=det(A2)/det(A)

A3=A;

A3(:,3)=f

x3=det(A3)/det(A)

A4=A;

A4(:,4)=f

x4=det(A4)/det(A)

A5=A;

A5(:,5)=f

x5=det(A5)/det(A)

Command window

Решение матричного уравнения X = A ^-1\*f

A =

11 14 12 5 5

3 8 3 2 12

7 2 12 3 8

10 2 3 9 8

13 3 13 7 13

f =

4

11

11

5

8

ans =

2.4840e+04

Т.к. определитель матрицы А не равен нулю => матрица не вырожденная

Находим обратную матрицу:

a =

0.0411 -0.0772 -0.5562 -0.2486 0.5507

0.0604 0.0424 0.0045 0.0119 -0.0725

0.0024 -0.0163 0.2888 0.0638 -0.2029

-0.0169 0.0141 0.5447 0.3867 -0.5797

-0.0483 0.0761 -0.0270 -0.0262 0.0580

Решаем матричное уравнение:

X =

-3.6405

0.2376

1.7035

3.3755

0.6800

Решение по правилу Крамера

A1 =

4 14 12 5 5

11 8 3 2 12

11 2 12 3 8

5 2 3 9 8

8 3 13 7 13

x1 =

-3.6405

A2 =

11 4 12 5 5

3 11 3 2 12

7 11 12 3 8

10 5 3 9 8

13 8 13 7 13

x2 =

0.2376

A3 =

11 14 4 5 5

3 8 11 2 12

7 2 11 3 8

10 2 5 9 8

13 3 8 7 13

x3 =

1.7035

A4 =

11 14 12 4 5

3 8 3 11 12

7 2 12 11 8

10 2 3 5 8

13 3 13 8 13

x4 =

3.3755

A5 =

11 14 12 5 4

3 8 3 2 11

7 2 12 3 11

10 2 3 9 5

13 3 13 7 8

x5 =

0.6800

……………………………………………………………………………………

Задание №2

Напишите программу нахождения решения системы линейных уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента

clear

clc

n=5

A=fix(rand(5,5)\*15)

for p=1:1:n

B=zeros(n,1);

for i=p:1:n

if A(i,p)>B;

B=A(i,p);

A(i,p)=B;

end

end

if A(p,p)<B

x=A(p,:);

A(p,:)=A(n,:);

A(n,:)=x;

end

K=A(p,:)/A(p,p);

A(p,:)=K;

for j=p+1:1:n

S=(K\*-A(j,p))+A(j,:);

A(j,:)=S;

end

end

B=A(:,n);

x=zeros(n,1);

x(n)=B(n)/A(n,n);

for k=n-1:-1:1

x(k)=(B(k)-A(k,k+1:n)\*x(k+1:n))/A(k,k);

end

x

…………………………………………………………………………………….

Задание №3

Функция rref Matlab также приводит матрицу [A f] к диагональному виду, из которого сразу же видно решение системы. Также пакет содержит операцию левого матричного деления, с помощью которой очень просто найти решение: X = A\f. Более того, эта операция позволяет решать недоопределённые и переопределённые системы линейных уравнений, выбирая алгоритм решения в зависимости от вида матрицы A.

clear

clc

A=magic(4)

R=rref(A)

x=R(:,end)

Command window

A =

16 2 3 13

5 11 10 8

9 7 6 12

4 14 15 1

R =

1 0 0 1

0 1 0 3

0 0 1 -3

0 0 0 0

x =

1

3

-3

0

……………………………………………………………………………………

Задание №4

Задайте случайным образом матрицу A размерности 20 × 20 и вектор X. Определите число обусловленности матрицы A с помощью функции cond. Изменяя значения некоторых элементов матрицы A, добейтесь, чтобы её число обусловленности стало больше 10^3 . Используя A и X, найдите вектор f = AX. Полагая вектор X неизвестным, решите систему линейных уравнений всеми предложенными выше методами и сравните найденные решения с уже известным. Какой из методов дал более точный результат? Обратите внимание на решения, полученные обычным методом Гаусса и методом с выбором главного элемента.

clear

clc

n=0.00000001\*0.0034+1224\0.1230021

disp('Заметим ,что если изменять матрицу на некоторое число n , то увеличится число обусловленности')

disp('Соответственно при таком n число обусловленности будет больше 10^3')

A=rand(20)+n

co=cond(A)

X=rand([20,1])

f=A\*X

X1=inv(A)\*f

for i=1:20

Ai=A;

for j=1:20

Ai(j, i)=f(j);

end

X2(i)=det(Ai)/det(A);

end

X2=X2'

rref ([A f])

X4=A\f

Command window

n =

1.0049e-04

Заметим ,что если изменять матрицу на некоторое число n , то увеличится число обусловленности

Соответственно при таком n число обусловленности будет больше 10^3

A =

Columns 1 through 12

0.1191 0.6307 0.6540 0.0220 0.7664 0.4753 0.8624 0.7463 0.8535 0.5224 0.8111 0.4272

0.9266 0.9856 0.6578 0.8084 0.7514 0.8054 0.8965 0.1176 0.3982 0.3975 0.1388 0.9555

0.5937 0.6344 0.1611 0.1793 0.1390 0.5309 0.1891 0.5091 0.1156 0.4792 0.8820 0.7243

0.8837 0.6006 0.4325 0.1655 0.3494 0.2274 0.6608 0.1689 0.0804 0.9940 0.9237 0.5810

0.4246 0.9093 0.5052 0.1817 0.1514 0.7096 0.9413 0.8312 0.3606 0.6046 0.0129 0.5404

0.6074 0.5709 0.3754 0.6915 0.4968 0.1487 0.9758 0.9281 0.8290 0.9450 0.3773 0.7055

0.0709 0.3355 0.4805 0.2139 0.8088 0.6582 0.1080 0.1696 0.2147 0.4905 0.1679 0.0051

0.9249 0.9572 0.3425 0.2982 0.6330 0.6341 0.1790 0.8838 0.7911 0.4380 0.5403 0.7826

0.6422 0.4400 0.7772 0.7684 0.6885 0.2294 0.7467 0.3880 0.6548 0.7728 0.1018 0.9270

0.1046 0.6016 0.3840 0.5013 0.6397 0.1823 0.0496 0.3827 0.0262 0.7442 0.0394 0.0084

0.7003 0.7204 0.7117 0.9096 0.7294 0.1665 0.0714 0.2716 0.7859 0.4430 0.9333 0.8247

0.3959 0.6789 0.4810 0.0580 0.8599 0.1497 0.4892 0.8680 0.9227 0.0531 0.9717 0.7674

0.0850 0.2129 0.7293 0.4369 0.6271 0.2028 0.8500 0.7416 0.4924 0.0879 0.3610 0.9972

0.2146 0.0817 0.9377 0.5724 0.1807 0.9551 0.9971 0.4480 0.8341 0.7981 0.6443 0.2278

0.2489 0.2746 0.5174 0.5652 0.5734 0.0160 0.0045 0.7097 0.1315 0.6557 0.0680 0.9196

0.2268 0.8676 0.9032 0.8239 0.1637 0.9576 0.5427 0.9444 0.7599 0.0324 0.2080 0.6421

0.7031 0.5595 0.2183 0.1262 0.9062 0.0258 0.8614 0.1742 0.9258 0.5572 0.0397 0.1054

0.7543 0.4647 0.8733 0.3002 0.0774 0.9712 0.9092 0.2447 0.8328 0.7199 0.4695 0.2683

0.5474 0.4304 0.0828 0.0022 0.3386 0.2977 0.8455 0.6410 0.2595 0.1105 0.1502 0.7639

0.5536 0.7741 0.4655 0.9512 0.5807 0.5252 0.8790 0.8087 0.2131 0.2167 0.9914 0.8056

Columns 13 through 20

0.1044 0.4853 0.9779 0.3314 0.8851 0.7934 0.5758 0.8979

0.4699 0.8383 0.0937 0.4534 0.8399 0.3731 0.8424 0.4973

0.2192 0.1412 0.6618 0.7375 0.1183 0.8322 0.4998 0.7714

0.9228 0.7323 0.6029 0.5100 0.4105 0.7539 0.4391 0.0605

0.3204 0.6912 0.4739 0.3826 0.1203 0.6220 0.1492 0.2626

0.8576 0.0346 0.3564 0.9056 0.5722 0.3942 0.0284 0.6512

0.2599 0.4890 0.4757 0.9654 0.9495 0.3594 0.7568 0.1337

0.8782 0.9715 0.6711 0.6284 0.2565 0.0890 0.7962 0.6386

0.1884 0.1126 0.9597 0.1321 0.9900 0.3418 0.2937 0.3850

0.7593 0.7433 0.0892 0.6184 0.3499 0.5488 0.1153 0.7658

0.0318 0.6386 0.7978 0.3831 0.2086 0.4606 0.3752 0.6530

0.6424 0.5943 0.5909 0.9913 0.6659 0.6456 0.8290 0.3816

0.5670 0.4987 0.9123 0.2869 0.9734 0.5136 0.8419 0.3001

0.3765 0.5680 0.1012 0.7063 0.6228 0.8145 0.6653 0.3402

0.2126 0.4266 0.2934 0.5353 0.0636 0.0973 0.9602 0.9190

0.7923 0.0763 0.0517 0.1933 0.3736 0.4638 0.9432 0.4564

0.1455 0.2907 0.5042 0.6895 0.1664 0.5899 0.1128 0.4426

0.4892 0.5614 0.7685 0.0506 0.2314 0.1873 0.6484 0.4543

0.0129 0.6334 0.2831 0.1845 0.0523 0.6114 0.4809 0.9454

0.1867 0.9309 0.2255 0.0458 0.9019 0.0520 0.0666 0.2192

Число обусловленности

co =

1.2535e+03

X =

0.8824

0.0199

0.3418

0.7660

0.3428

0.6188

0.4530

0.0102

0.5991

0.6016

0.6494

0.3427

0.4933

0.7018

0.8878

0.0551

0.0984

0.6498

0.7641

0.9880

f =

6.0200

6.1282

4.9062

5.5310

4.2780

5.2621

3.6510

6.3044

5.3463

3.7149

6.0314

5.4768

5.1450

5.6835

4.2885

4.9018

4.1577

5.9830

4.2090

4.8381

X1 =

0.8824

0.0199

0.3418

0.7660

0.3428

0.6188

0.4530

0.0102

0.5991

0.6016

0.6494

0.3427

0.4933

0.7018

0.8878

0.0551

0.0984

0.6498

0.7641

0.9880

X2 =

0.8824

0.0199

0.3418

0.7660

0.3428

0.6188

0.4530

0.0102

0.5991

0.6016

0.6494

0.3427

0.4933

0.7018

0.8878

0.0551

0.0984

0.6498

0.7641

0.9880

ans =

Columns 1 through 12

1.0000 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 1.0000 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 1.0000 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 1.0000 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 1.0000 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 1.0000 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 1.0000 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 1.0000 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 1.0000 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 1.0000 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1.0000 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1.0000

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Columns 13 through 21

0 0 0 0 0 0 0 0 0.8824

0 0 0 0 0 0 0 0 0.0199

0 0 0 0 0 0 0 0 0.3418

0 0 0 0 0 0 0 0 0.7660

0 0 0 0 0 0 0 0 0.3428

0 0 0 0 0 0 0 0 0.6188

0 0 0 0 0 0 0 0 0.4530

0 0 0 0 0 0 0 0 0.0102

0 0 0 0 0 0 0 0 0.5991

0 0 0 0 0 0 0 0 0.6016

0 0 0 0 0 0 0 0 0.6494

0 0 0 0 0 0 0 0 0.3427

1.0000 0 0 0 0 0 0 0 0.4933

0 1.0000 0 0 0 0 0 0 0.7018

0 0 1.0000 0 0 0 0 0 0.8878

0 0 0 1.0000 0 0 0 0 0.0551

0 0 0 0 1.0000 0 0 0 0.0984

0 0 0 0 0 1.0000 0 0 0.6498

0 0 0 0 0 0 1.0000 0 0.7641

0 0 0 0 0 0 0 1.0000 0.9880

X4 =

0.8824

0.0199

0.3418

0.7660

0.3428

0.6188

0.4530

0.0102

0.5991

0.6016

0.6494

0.3427

0.4933

0.7018

0.8878

0.0551

0.0984

0.6498

0.7641

0.9880

Как видно из результатов , все методы одинаково точны при такой величине матрицы. Но это не так